

FEUILLES VOLANTES
catalogue sur simple demande

Les Prismes. 234 av Mal Leclerc 34000 Montpellier Tel (67) 92 32 04

Feuille AS

auteur : R.Soria

Le sophisme de Zénon. Solution mécanique.

Auparavant, il conviendrait de donner quelques définitions.

Dans le Petit Larousse on trouve:

Zénon d'Elée

"Philosophe grec disciple de Parménide, qui niait la réalité du mouvement au moyen des arguments de la flèche qui vole, et d'Achille et la tortue etc..."

Sophisme

"Faux raisonnement conçu avec l'intention d'induire en erreur."

Dans le Larousse du XX^e Siècle on trouve également:

Sophisme

"Le terme ne s'applique habituellement qu'à un argument, c'est-à-dire à un raisonnement. Les sophismes sont rendus possibles par l'équivoque ou l'ambiguïté des termes, par l'amphibologie ou l'ambiguïté des constructions grammaticales, par le passage du sens divisé au sens composé, ou inversement, par l'omission d'une condition dans un énoncé etc..."

On peut constater que le choix des moyens mis en oeuvre dans le but de tromper autrui, et pour se bernier soi-même est assez abondant.

Voici le problème de Zénon:

Achille se trouvant en un point A, part à la poursuite d'une tortue, au moment précis où celle-ci est en B. Lorsque le coureur arrive en B, l'animal atteint C. Lorsque l'homme parvient à C, la bête touche D; et ainsi de suite. De sorte qu'Achille ne pourra jamais joindre la tortue.

On dit qu'un sophisme est un raisonnement faux; mais une conclusion découlant d'un raisonnement, fait-elle partie de ce raisonnement? Oui, à condition qu'elle en soit l'aboutissement logique, et par conséquent que raisonnement et conclusion expriment le même objet.

Or, le raisonnement en tant que tel, est correct en ce sens qu'Achille passe nécessairement par A, B, C, D etc.; mais il n'intéresse pas la substance du problème proposé.

Ne... jamais

"En aucun temps, hors du temps."; cela signifie qu'après épuisement du temps: 1+1+1+1+... = infinité de secondes, de siècles etc., éventualité inconcevable, l'évènement considéré peut se produire.

Tout l'art de Zénon consiste à nous présenter un problème de mouvement qu'il résout comme si c'était un énoncé de géométrie, pour revenir ensuite, dans la conclusion, à l'objet du point de départ.

Un mouvement suppose une vitesse. Or une vitesse est un rapport où interviennent simultanément distance ou longueur, et temps.

Analogie n'est pas identité; aussi la représentation du temps par une droite n'est-elle qu'une image; c'est commode sans plus. Les confondre, c'est assimiler un véhicule à la route qu'il suit.

Le temps est par essence mobile. On peut le faire passer par des points, mais il n'est pas une suite de points.

La droite est par nature statique; les points en nombre infini qui la composent sont immobiles.

Le raisonnement de Zénon ne fait pas intervenir le temps, mais les longueurs seules. L'emploi des verbes comme atteindre, arriver à, n'est qu'un leurre destiné à fixer notre attention sur le mouvement, la détournant ainsi du sens véritable de l'argumentation.

Dans un énoncé, et sa démonstration, on trouve :

- l'hypothèse,
- le raisonnement,
- la conclusion.

Dans celui qui nous occupe :

- l'hypothèse concerne deux mouvements.
- le raisonnement touche à la géométrie qui par essence est statique, quoique l'auteur use comme support, du déplacement des 2 mobiles.
- et, tirée abusivement de la ligne précédente, une conclusion relative au temps, ou durée, qui est absent de l'argumentation.

La recherche d'une connaissance, ou d'une notion d'étendue, est un mouvement de notre pensée; elle est assujettie au temps. Lorsque cette connaissance, ou cette notion, est acquise, cette idée se cristallise en nous, se confondant avec l'objet jeté en fin assimilé. Elle devient aussitôt indépendante de la durée.

La poursuite de l'acquisition de la notion de longueur relative à un segment, ou à l'unité de distance, suppose son appréciation sous forme de parcours de cette longueur, soit par l'esprit, soit par la pointe d'un crayon par exemple. Lorsque le but est atteint la vision que l'on a de ce segment devient statique dans notre esprit. Ce qui est capté n'a pas de mouvement.

Dans sa résolution, Zénon mène un raisonnement dont la poursuite sans fin est nécessairement tributaire du temps. Mais dans le courant de la démonstration, il arrête mentalement Achille aux points B, C, D etc., pour faire le point; tandis que le temps indifférent continue sa marche.

Agissant ainsi, le philosophe transforme le mouvement du coureur lié au temps, en un acquis en chacun des points B, C, D etc. De ce fait la mobilité s'y fige se détachant de la durée; et les distances parcourues deviennent des segments de droite.

Pour illustrer notre démonstration, nous allons prendre un exemple numérique, c'est toujours plus clair.

Supposons qu'Achille soit animé d'une vitesse constante $v=10\text{m/sec.}$ celle de la tortue, constante aussi, $v=1\text{m/sec.}$, et $AB=90\text{m.}$

Ces valeurs sont naturellement sans rapport avec la réalité, car une vitesse de 1m/sec. représente $3,6\text{Km/heure}$; et pour une tortue c'est évidemment exagéré. Mais le calcul mental se trouve facilité dans les opérations utilisant ces nombres.

Solution géométrique ou statique de Zénon

En tenant compte de ces données, dont le seul intérêt est de nous fournir la grandeur des segments: BC, CD, DE etc..., nous avons:

Distance parcourue par Achille..... $AB=90\text{m.}$

Dans le même temps, intervalle franchi par la tortue:

$BC=9\text{m.}$ ou $\frac{AB}{10}$

poursuivons

$CD=0,90\text{m.}$ ou $\frac{BC}{10}$

$DE=0,09\text{m.}$

.....

En résumé la distance couverte par le coureur est:

$AB+BC+CD+DE+\dots=99,9999\dots\text{mètres.}$

la longueur du trajet accompli par la bête:

$BC+CD+DE+EF+\dots=9,9999\dots\text{mètres.}$

La première converge vers $AX=100\text{m.}$

La seconde vers $BX=10\text{m.}$

Il est évident qu'en poursuivant indéfiniment l'opération décrite plus haut, l'entreprise n'aura pas de fin; et X ne sera pas atteint, ni par l'un, ni par l'autre des deux mobiles.

Mais que signifie en réalité ce qui précède ?

Tout simplement que c'est un exercice de dessin géométrique qui consiste à tracer une droite; puis à marquer deux points A et B tels que $AB=90m.$, à l'échelle graphique; à diviser AB en 10 parties égales, et à porter l'une d'elles BC dans le prolongement du premier segment; à diviser BC en 10 parties égales, et à porter l'une d'elles CD dans le prolongement du segment AC, et ainsi de suite.

La conclusion de Zénon s'applique à ce travail, dont le terme ne peut "jamais" être atteint. Car si diviser un segment en 10 parties égales, c'est toujours possible, et porter l'une d'elles dans son prolongement exige un labeur d'une durée de 1 seconde par exemple, cette besogne se prolongera pendant: $1+1+1+1+...=$ une infinité de secondes.

Il n'est pas ici question de vitesses; elles ne sont qu'un alibi, un moyen d'arriver au but, un auxiliaire, ou un échafaudage permettant de construire l'édifice. Aussi ne faut-il pas confondre moyens et fin.

C'est pourtant ce que nous faisons, introduisant ainsi la confusion dans notre esprit.

Zénon affirme qu'un mobile ne peut en rattraper un autre dont la vitesse est inférieure à la sienne. Cependant il admet qu'Achille partant de A atteint B, arbitrairement choisi. Pourquoi dans les mêmes conditions ne peut-il joindre X ? Pourquoi B et non X ? En quoi ces deux points se distinguent-ils l'un de l'autre ? Et pourquoi l'animal, lui aussi en mouvement, ne peut-il parvenir à X ?

Les mouvements des deux mobiles sont indépendants l'un de l'autre. En considérant la tortue seule, n'étant pas poursuivie, nous savons, et Zénon ne peut le contester, qu'elle parviendra en n'importe quel point situé devant elle, dont X.

Achille courant seul sur le trajet, hors la présence de la tortue, passera aussi en ce point, c'est inéluctable.

Ainsi chaque mobile pris isolément franchira X. Ensemble ils n'y parviennent pas. Tout se passe comme si l'un contrariait le mouvement de l'autre, et réciproquement, ce qui évidemment est impossible.

Il ne s'agit donc pas de vitesses (longueur-temps) mais de longueurs uniquement; et "jamais" s'applique au temps consacré par le dessinateur à une tâche inépuisable, et non aux durées de parcours des mobiles.

Solution dynamique

Le raisonnement que nous allons développer vise la durée.

Achille parvient à B en 9 secondes, la tortue parcourt, dans le même temps, $BC=9m.$; puis le coureur met 0,9 seconde pour atteindre C, pendant que l'animal couvre $CD=0,90m.$; en continuant ainsi on trouverait successivement 0,09, 0,009 seconde etc...

En faisant la somme des durées partielles, on obtiendrait
9,9999....secondes.

Nous avons affaire à une série convergente vers 10 secondes.

Peut-on soutenir sérieusement que le temps n'atteindra "jamais" 10 secondes ? car nous exprimant ainsi, nous ferions allusion dans la même phrase, à deux temps distincts et contradictoires appliqués au même sujet. L'un qui ne peut atteindre 10 secondes, ce qui est déjà impensable; et l'autre correspondant à "jamais" qui contient l'idée d'une accumulation sans fin d'unités de durée. Or il n'y a qu'un seul temps, c'est le second; et il est universel.

La structure d'un segment AX se prête à la poursuite ininterrompue du processus de Zénon en deçà de X. Le temps n'offre pas cette possibilité, car la durée est insaisissable. Pour elle il n'y a ni frontières, ni bornes. On ne peut l'enfermer dans un intervalle, et à fortiori lui interdire l'accès à une limite quelle qu'elle soit. Elle traverse tous les "obstacles" dans sa marche inexorable vers l'éternité.

L'hypothèse, le raisonnement et la conclusion du problème proposé sont donc incompatibles entre eux.

Si Zénon a raison, nous pouvons réduire Achille à l'immobilité momentanée en fixant à la carapace de la tortue une ficelle déroulée le long du trajet sur 200m. par exemple ($AB=90m.$). Tant que l'extrémité libre de la corde n'a pas dépassé l'homme, celui-ci restera cloué au sol, car les points de la ficelle constituent des mobiles qui se succèdent de manière ininterrompue jusqu'à épuisement, à hauteur de notre héros.

Nous ne savons pas si Zénon a perçu son propre sophisme. Son erreur, si erreur il y a, a été de confondre longueur et temps. Nous pouvons le lui pardonner, car quelque vingt cinq siècles plus tard Lorentz, suivi par Einstein, commettra le même sophisme, le second inventant l'espace-temps.