

FEUILLES VOLANTES
catalogue sur demande

Feuille CZ

Auteur Roger Chartier

Les Frismes 234 av Mal Leclerc 34000 Montpellier (67) 92 32 04

Logique ... de la logique. (1)

- I. L'emploi de termes nouveaux - ou celui de termes connus, mais avec une acception nouvelle (intersections, fonctions ...) - ajouté au brassage des anciens concepts, font que bien des gens se demandent comment les Bouvard et Pécuchet s'y retrouveraient de nos jours !
Sans prétendre penser à tout - et prêt à accueillir les critiques que suscite obligatoirement toute tentative de clarification - nous allons proposer l'échafaudage ci-après.
- II. La Logique générale (2) n'étudie que les liens entre objets, sans se préoccuper trop de leur nature. C'est elle qui met en valeur des notions comme ..
- l'ordre; un objet précède obligatoirement tel autre dans une énumération (classer).
- l'équivalence; sans être identiques, certains objets présentent tellement de parenté qu'on peut les regrouper dans une classe (classifier) comme des élèves voisins de par leur âge et par leur niveau scolaire (voir notamment les classes statistiques).
- la transitivité (le fameux syllogisme, si Albert est plus grand que Bernard et que Bernard est plus grand que Charles, alors Albert est plus grand que Charles).
- la négation, et sa propre contrenégation (cf feuille CQ).
- l'inclusion; le tout est plus grand que la partie.
- l'exclusion; on ne peut être au four et au moulin ensemble.
- l'opération; deux êtres "fusionnés" sont remplacés par un autre.
Tout le monde a ces idées en tête; mais tout le monde n'a pas l'habitude d'y penser... et de le mettre noir sur blanc !
- III. Lorsque ce stade de la logique a été bien aperçu on peut choisir alors pour ses applications des domaines différents suivant la fameuse nature des objets pris en considération.
- IV. Si ce sont nos bons vieux nombres traditionnels, on retrouvera l'arithmétique (3).
Si on ne veut pas encore se limiter aux chiffres, on fera de l'algèbre en raisonnant sur des quantités qu'il est inutile de préciser plus (pour l'instant peut-être!).
"un quelque chose, plus trois fois le même = quatre identiques".
- V. Sice sont des "dessins" à base de segments de droite et de courbes, ce sera de la géométrie - qui d'ailleurs sous entend la mesure (au moins relative) de la longueur dans ces traits (idée de corps indéformables).
- VI. L'algèbre (et sa forme plus avancée l'analyse) peut s'appliquer à des quantités "linéaires" (les fameux segments). C'est alors qu'on peut parler de Géométrie analytique (qui interfère parfois avec la géométrie descriptive).

(1) ou Logique au Carré !

(2) ou logique mathématique, ou logique des ensembles... ou logique tout court.

(3) avec des prolongements, comme l'arithmétique financière et commerciale, ou l'étude des itérations (statistiques : événements passés en grand nombre) (ou probabilités : supputation d'événements futurs), comprenant les combinaisons, arrangements etc.

Quel est le concept « concret » retenu?

DISCONTINU

Le NOMBRE de l'ARITHMÉTIQUE⁽¹⁾

(Bases de numération, dont la décimale
(Entiers, Fractions, décimaux
(des autres nombres: premiers, irrationnels...
(des quatre opérations... plus deux!

(Lorsqu'on traite un cas intéressant simulta-
rément une très grande variété de nombres
(cas où les nombres sont donc, provisoire-
ment inconnus) on fait de l'ALGÈBRE⁽²⁾

Elle devient ANALYSE quand elle entraîne les
dérivées, séries...

CONTINU

Le SEGMENT (décimale) de la GÉOMÉTRIE

(avec la notion de mesure⁽³⁾ de longueur,
d'aire, de volume.
(et de Trigonométrie quand on mesure les angles
- Elle peut être plane; dans l'espace
- Il y a des hypergéométries.

Si les inconnues sont des mesures géométriques, l'association des deux donne
la GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE (figures repérées dans un système
de coordonnées)

Si l'introduction d'un sens à la mesure affectée s'impose.

- CALCUL VECTORIEL⁽⁴⁾ (puis TENSORIEL) comprends aussi autres,
l'emploi des « matrices » et des « déterminants »

Si l'on doit tenir compte des masses affectées à certains points, on introduit
la MÉCANIQUE

... TOUT CE PETIT MONDE UTILISANT NATURELLEMENT
LA BONNE VIEILLE LOGIQUE⁽⁵⁾ ... simplement redéposée
libérée ... et qui a compris que rien ne lui échappait
plus, hormis les raisons du Cœur

(1) avec spécialisations: arithmétique commerciale, combinatoire (arrangements, permutations...), ...

(2) l'absence de mesure, mais la seule prise en compte de la situation relative
(tel a entre b et c) conduit à la Topologie

(3) on appelle Algèbre des Evénements la Statistique (du passé) et les Probabilités (du futur)

(4) par un effort d'abstraction, l'étude des vecteurs à plus de trois dimensions
conduit aux Espaces Vectoriels quelconques

(5) et pourtant on y rajoute des Logiques non aristotélicienne, voire
les Mathématiques du Flou.

Le schéma ci-dessus remet donc, en vedette le trio familial de tout élève moyen.

Arithmétique, algèbre, géométrie.
avec parfois des pointes en analyse.

- VII. Il fallait déjà être plus avancé pour entamer la... logique.
- des flèches = segments orientés symbolisant des grandeurs de mobilité (force, accélération)... de la géométrie vectorielle, (3) puis tensorielle.
 - des masses (4), quantités afférentes à des points particuliers, de la mécanique (et aussi physique, biodynamique ...)
 - des emplacements relatifs (ordre entre points d'un espace, simplement en liaison molle, type élastique) de la topologie; autrefois considérée comme un amusement, on y rattache désormais certaines considérations de chimie physique.

- VIII. Le lecteur dira que ce panorama oublie bien des choses.

Le calcul binal (ou, à tort binaire) base de l'informatique... donc de la vie à venir. Non; ce n'est qu'un cas de numération, c'est à dire d'arithmétique.

Le calcul matriciel, si courant en sciences économiques ou d'organisation. On en fait habituellement une excoissance du calcul vectoriel. On fige les coordonnées d'un système du 1er degré en un "cadre" fixe (latin matrix) qu'on traite "en bloc".

La théorie des graphes (difficile à classer), qui dépasse de loin les graphiques de la géométrie analytique

- IX. Jusque là on est resté dans le "sensible", ou tout au moins ce qu'on peut concevoir couramment.

Mais la logique générale, méprisant ses objets sujets, se bâtit aussi sur des choses qui "n'existent pas". Là aussi on se gardera de croire qu'il s'agit d'aimables passetemps. Les conséquences en sont incalculables (physique des communications, courbure de l'espace d'Einstein...)

Ce sont notamment:

- les nombres dits longtemps imaginaires, mais aujourd'hui complexes (ainsi que les quaternions et autres).
on part de l'hypothèse : si $V-I$ existait, on pourrait ...
- la géométrie non euclidienne
hypothèse 1 : si par un point on peut mener une infinité de parallèles à une droite ... (Lobatchevsky).
hypothèse 2 : si on ne peut en mener aucune ... (Riemann).
- les espaces à plus de trois dimensions.
- les espaces fractals (à 2 dimensions et demi ou 7/4 de dimension).

On nous excusera de ne pas entrer dans plus de détails, à l'occasion d'un simple travail de récapitulation.

Essayons plutôt pour terminer, d'en tracer le tableau de ces constructions logiques intéressantes en tant que telles, même si, -comme la tour de Pise- leur infrastructure (les fameux axiomes) est souvent discutée.

(3) l'idée de vecteur est "porter", il porte le point où il aboutit. Mais une mouche peut être un vecteur de maladie, aussi...

(4) il est hors de propos d'examiner ici si la masse n'est que "des grains d'énergie", ce qui nous amène à l'Électronique et à la Nucléonique.